

الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

فيما سبق:

درست تحليل التمثيل البياني للدوال التربيعية. (مهارة سابقة)

والآن:

- أجد قيم دوال كثيرات الحدود.
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد عدد أصفارها الحقيقية.

المفردات:

كثيرة حدود بمتغير واحد
polynomial in one variable

المعامل الرئيس
leading coefficient

دالة كثيرة الحدود
polynomial function

دالة القوة
power function

سلوك طرفي التمثيل البياني
end behavior

صفر الدالة
zero of a function

www.obeikaneducation.com

دوال كثيرات الحدود: كثيرة الحدود بمتغير واحد هي عبارة جبرية على الصورة: $a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ، حيث $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية، $a_n \neq 0$ ، n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًا، ودرجة كثيرة الحدود هي أسّ المتغير ذي أكبر أسّ فيها، ويُسمى معامل الحد الأول في كثير الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12
الخطية	$4x - 9$	1	4
التربيعية	$5x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	$8x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0$	n	a_n



الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

مثال 1 درجة كثيرة الحدود ومعاملها الرئيس

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد، فاذكر السبب:

a) $8x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x - 3$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد، وأكبر أس للمتغير فيها 5، لذا درجتها 5 ، والمعامل الرئيس 8.

b) $12x^2 - 3xy + 8x$

هذه ليست كثيرة حدود بمتغير واحد؛ فهناك متغيران هما x, y .

c) $3x^4 + 6x^3 - 4x^8 + 2x$

هذه كثيرة حدود بمتغير واحد، وأكبر أس للمتغير فيها 8، لذا درجتها 8، والمعامل الرئيس -4.

الفصل الثالث
٣-٥ دوال كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

(1A

$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$$

ليست كثيرة حدود لأن أحد الحدود يحتوي متغيراً في المقام.

(1B

$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$$

الدرجة 6 ، المعامل الرئيس 5

(1C

$$8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$$

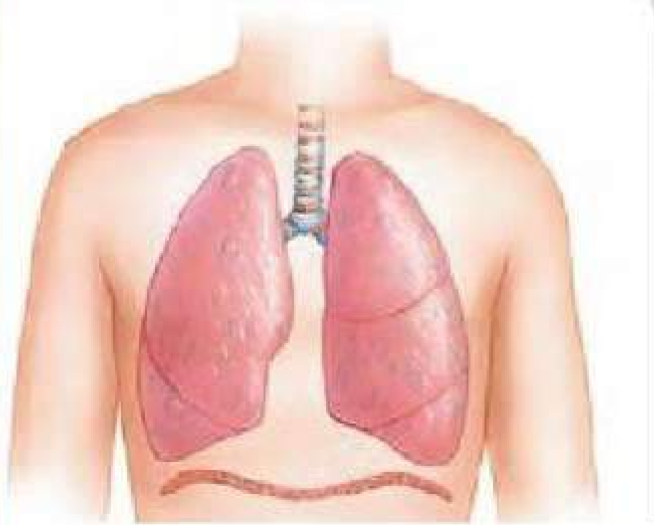
الدرجة 6 ، المعامل الرئيس 1 −



الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions



لماذا؟

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها 5 ثوان بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.

مثال 2 من واقع الحياة **إيجاد قيمة دالة كثيرة حدود**

التنفس: ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس، وأوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتان.

بتعويض العدد 2 في الدالة نجد $v(2)$، وهو حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها ثانيتين.

$v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$	الدالة الأصلية
$v(2) = -0.037(2)^3 + 0.152(2)^2 + 0.173(2)$	عوّض 2 بدلًا من t
$= -0.296 + 0.608 + 0.346$	بسّط
$= 0.658$ L	اجمع

تحقق من فهمك :-

2) أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوان.

$$v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$$

$$v(4) = -0.037(4)^3 + 0.152(4)^2 + 0.173(4)$$

$$= 0.756\ L$$



٣-٥ دوال كثيرات الحـــدود

Polynomial Functions

مثال 3 قيمة دالة كثيرة الحدود عند متغير

إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x - 3$، فأوجد: $f(3c - 4) - 5f(c)$.

لإيجاد قيمة $f(3c - 4)$، عوض $3c - 4$ بدلًا من x في الدالة $f(x)$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$ الدالة الأصلية

$$f(3c - 4) = (3c - 4)^2 + 2(3c - 4) - 3$$ عوّض $3c - 4$ بدلًا من x

$$= 9c^2 - 24c + 16 + 6c - 8 - 3$$ اضرب

$$= 9c^2 - 18c + 5$$ بسّط

لإيجاد قيمة $5f(c)$، عوض c بدلًا من x في الدالة $f(x)$، واضرب الناتج في العدد 5.

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$ الدالة الأصلية

$$5f(c) = 5(c^2 + 2c - 3)$$ عوّض c بدلًا من x

$$= 5c^2 + 10c - 15$$ خاصية التوزيع

والآن أوجد قيمة $f(3c - 4) - 5f(c)$.

$$f(3c - 4) - 5f(c) = (9c^2 - 18c + 5) - (5c^2 + 10c - 15)$$

$$= 9c^2 - 18c + 5 - 5c^2 - 10c + 15$$ خاصية التوزيع

تحقق من فهمك :-

(3A

إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$.

$$g(5a-2) = [\ (5a-2)^2 - 5(5a-2) + 8\ ]$$

$$= 25a^2 - 20a + 4 - 25a + 10 + 8$$

$$= 25a^2 - 45a + 22$$

$$3g(2a) = 3\ [\ (2a)^2 - 5(2a) + 8\ ]$$

$$= 3\ [\ (4a^2) - 10a + 8\ ]$$

$$= 3\ [\ 4a^2 - 10a + 8\ ]$$

$$= 12a^2 - 30a + 24$$

$$g(5a - 2) + 3g(2a) = 37a^2 - 75a + 46$$



الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

(3B

إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$.

$$0.5h(d) = 0.5\,[\,2d^2 + 5d + 3\,]$$

$$= d^2 + 2.5d + 1.5$$

$$h(-4d + 3) = 2(-4d + 3)^2 + 5(-4d + 3) + 3$$

$$= 2(16d^2 - 24d + 9) - 20d + 15 + 3$$

$$= 32d^2 - 48d + 18 - 20d + 18$$

$$= 32d^2 - 68d + 36$$

$$h(-4d + 3) - 0.5h(d)$$

$$= 32d^2 - 68d + 36 - d^2 - 2.5d - 1.5$$

$$= 31d^2 - 70.5d + 34.5$$

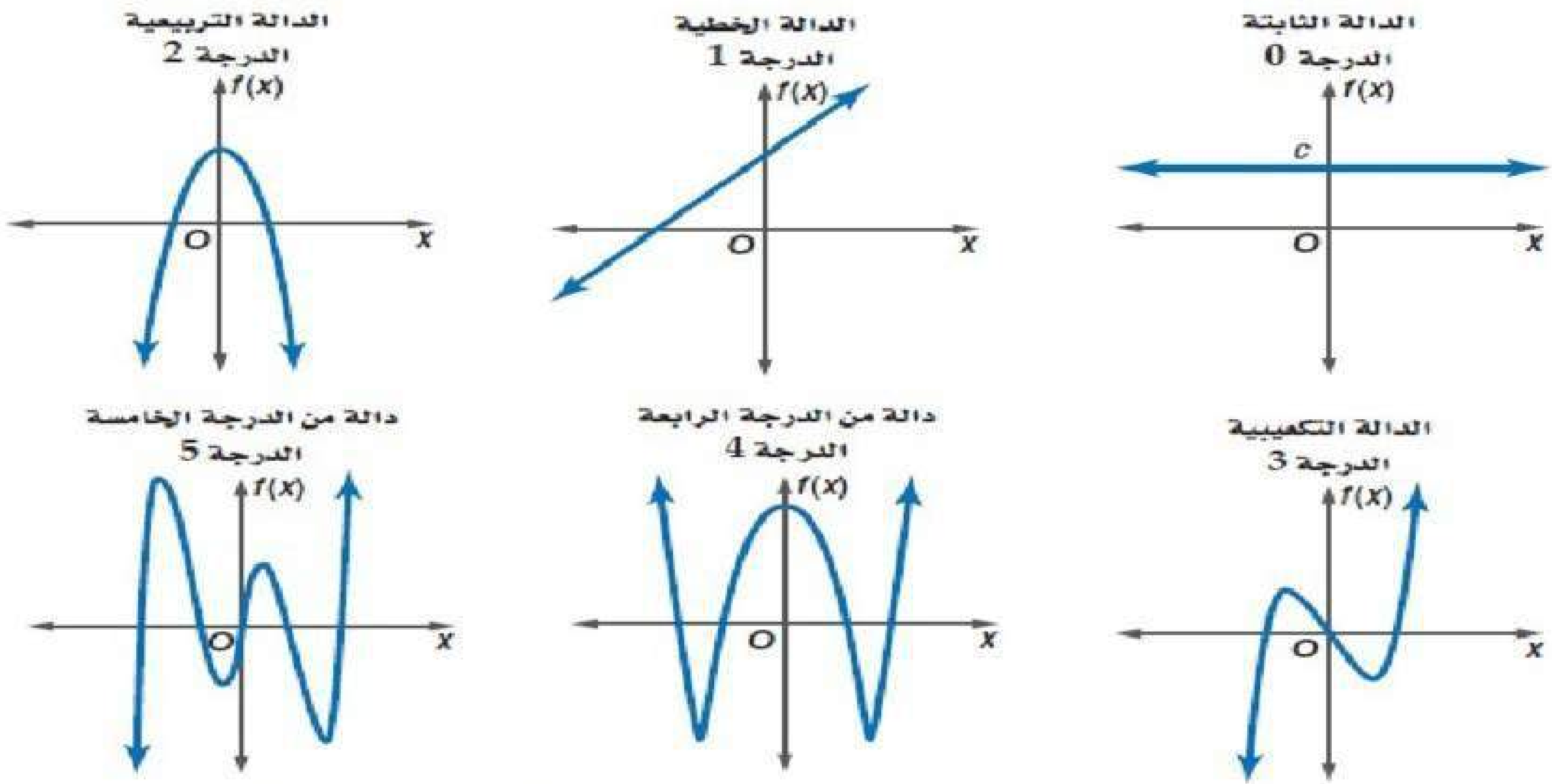


الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر أكبر عدد من المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.



مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد **سلوك طرفي التمثيل البياني** للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية ($x \to +\infty$)، أو سالب المالانهاية ($x \to -\infty$) بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

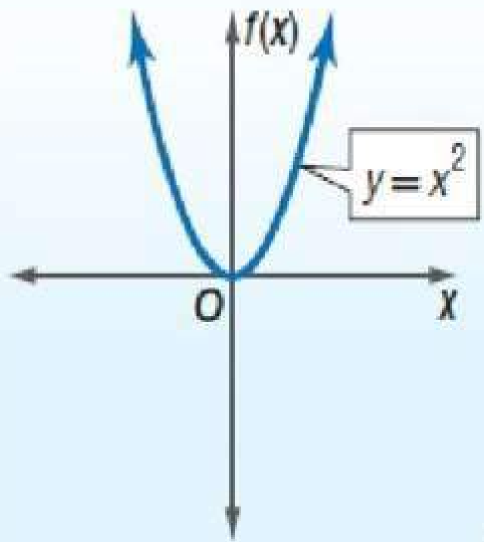
الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي — سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود



الدرجة : زوجية

المعامل الرئيس :

موجب

المجال: مجموعة

الأعداد الحقيقية

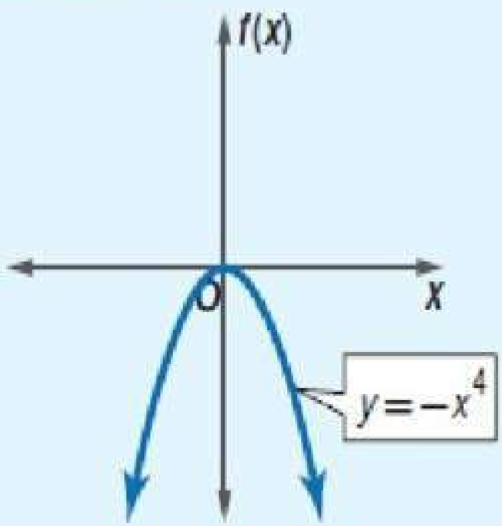
المدى : مجموعة الأعداد

الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى .

سلوك طرفي التمثيل البياني : (في الاتجاه نفسه)

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$



الدرجة : زوجية

المعامل الرئيس :

سالب

المجال: مجموعة

الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة

الأعداد الحقيقية الأقل

من أو التي تساوي القيمة العظمى

سلوك طرفي التمثيل البياني : (في الاتجاه نفسه)

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

الفصل الثالث

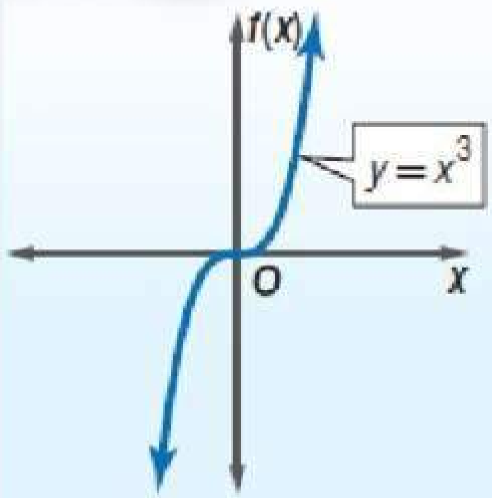
٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

مفهوم أساسي

سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود

أضف إلى مطويتك



الدرجة : فردية

المعامل الرئيس :

موجب

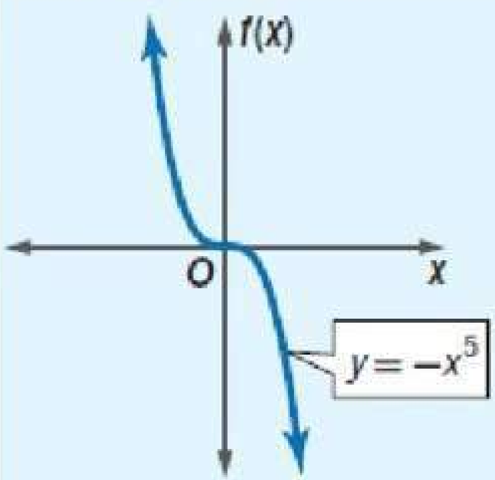
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني : (في اتجاهين مختلفين)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$



الدرجة : فردية

المعامل الرئيس :

سالب

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية

سلوك طرفي التمثيل البياني : (في اتجاهين مختلفين)

$x \to -\infty$ عندما $f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty$ عندما $f(x) \to -\infty$



الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

Polynomial Functions

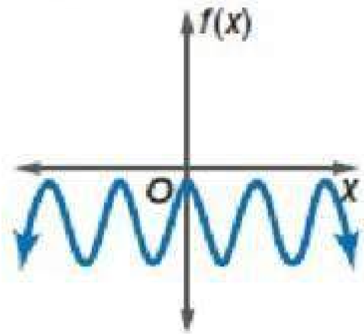
صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكّر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

مفهوم أساسي — أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

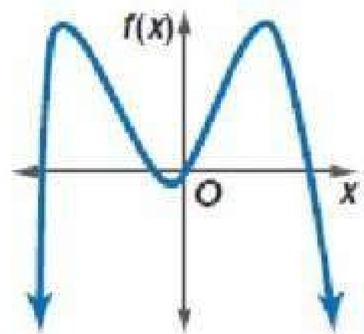
أضف إلى مطويتك

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة

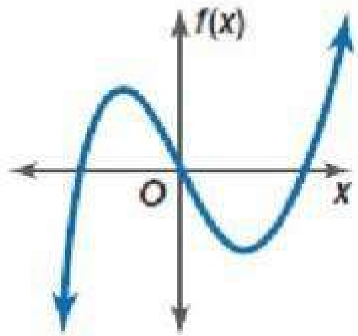


ليس لها أصفار حقيقية

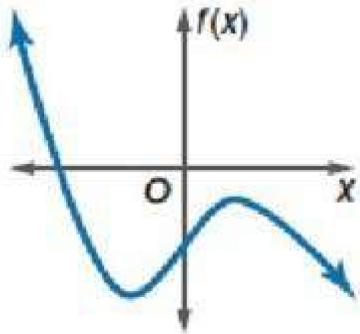


لها 4 أصفار حقيقية

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة



لها 3 أصفار حقيقية



لها صفر واحد حقيقي

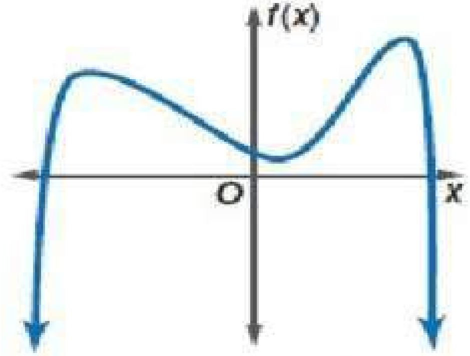
الفصل الثالث
٣-٥ دوال كثيرات الحدود
Polynomial Functions

مثال 4 وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.

(a

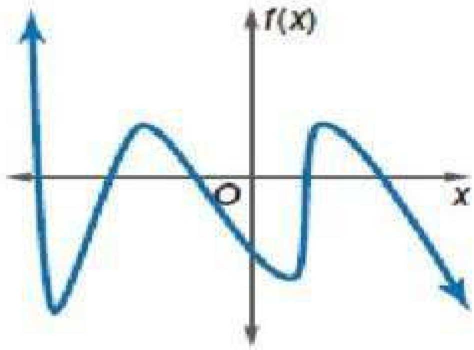


$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاه نفسه، فالدالة زوجية الدرجة، وبما أن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في نقطتين؛ لذا فللدالة صفران حقيقيان.

(b



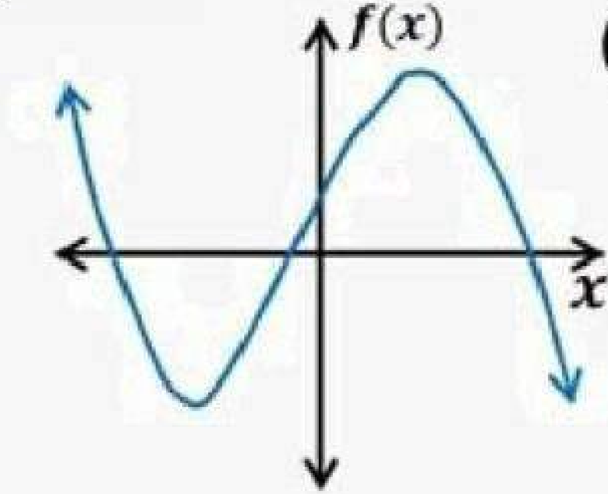
$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين، فالدالة فردية الدرجة، وبما أن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في 5 نقاط؛ لذا فللدالة 5 أصفار حقيقية.

تحقق من فهمك :-

4A)



- $f(x)\longrightarrow +\infty$ عندما $x\longrightarrow -\infty$
  $f(x)\longrightarrow -\infty$ عندما $x\longrightarrow +\infty$

- فردية الدرجة، لأن سلوك طرفي التمثيل البياني في اتجاهين مختلفين.

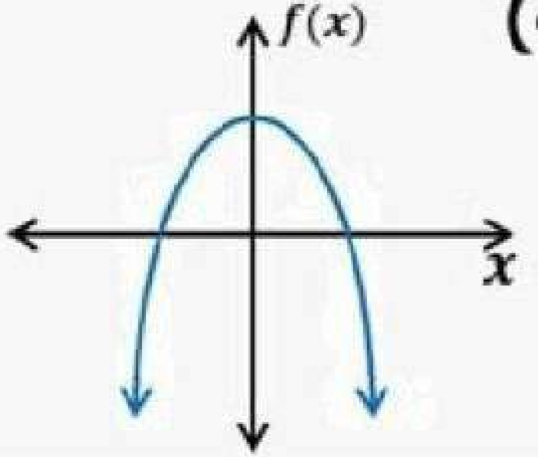
- 3 أصفار حقيقية، لأن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في 3 نقاط.

الفصل الثالث

٣-٥ دوال كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

(4B



- $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$
  $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

- زوجية الدرجة، لأن سلوك طرفي التمثيل البياني في الاتجاه نفسه.

- صفران حقيقيان، لأن التمثيل البياني للدالة يقطع المحور x في نقطتين.



تــــأكـد :-

مثال 1

حدد الدرجة والمعامل الرئيسي لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فأذكر السبب:

	المعادلة	الدرجة	العامل الرئيسي
(1	$11x^6 - 5x^2 + 4x^2$	6	11
(2	$-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22$	7	−10
(3	$14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y$		
	ليست كثيرة حدود بمتغير واحد فهناك متغيران وهما: $x ، y$		
(4	$8x^5 - 3x^3 + 4xy - 5$		
	ليست كثيرة حدود بمتغير واحد فهناك متغيران وهما: $x ، y$		



تـــأكـد :-

مثال 2

أوجد $w(-4)$, $w(5)$ لكل من الدالتين الآتيتين:

$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12 \quad (5$$

$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12$$

$$w(-4) = -2(-4)^3 + 3(-4) - 12$$

$$w(-4) = 128 - 12 - 12$$

$$w(-4) = 104$$

$$w(5) = -2(5)^3 + 3(5) - 12$$

$$w(5) = -250 + 15 - 12$$

$$w(5) = -247$$

تــــأكـــد :ــ

مثال 2

أوجد $w(-4)$, $w(5)$ لكل من الدالتين الآتيتين:

$w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$ (6

$$w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$$

$$w(-4) = 2(-4)^4 - 5(-4)^3 + 3(-4)^2 - 2(-4) + 8$$

$$w(-4) = 512 + 320 + 48 + 8 + 8$$

$$= 896$$

$$w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8$$

$$w(5) = 2(5)^4 - 5(5)^3 + 3(5)^2 - 2(5) + 8$$

$$w(5) = 1250 - 625 + 75 - 10 + 8$$

$$= 698$$

تــــأكـد :-

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x)= 3x^2 + 6x - 10$
فاوجد قيمة كل مما يأتي:

7) $c(y^3)$

$$c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$$

$$c(y^3) = 4(y^3)^3 - 5(y^3)^2 + 2$$

$$c(y^3) = 4y^9 - 5y^6 + 2$$

تــــأكـد :–

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$
فاوجد قيمة كل مما يأتي:

8) $-4[d(3z)]$

$$d(x) = 3x^2 + 6x - 10$$

$$-4[d(3z)] = -4[\,3(3z)^2 + 6(3z) - 10]$$

$$= -4[\,3(9z^2) + 18z - 10]$$

$$= -4[\,27z^2 + 18z - 10]$$

$$= -108z^2 - 72z + 40$$

تـــأكـد :–

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$

فاوجد قيمة كل مما يأتي:

9) $6c(4a) + 2d(3a - 5)$

$$6\,c(4a) + 2\,d(3a - 5)$$

$$6\,c(4a) = 6(\,4(4a)^3 - 5(4a)^2 + 2)$$

$$= 6(\,256a^3 - \;80a^2 + 2\,)$$

$$= 1536\,a^3 - 480a^2 + 12$$

تـــأكـد :-

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$

فاوجد قيمة كل مما يأتي:

$$2\,d(3a-5) = 2(\,3(3a-5)^2 + 6(3a-5) - 10)$$

$$= 2(\,3(9a^2 - 30a + 25) + 18a - 30 - 10)$$

$$= 2(\,27a^2 - 90a + 75 + 18a - 30 - 10)$$

$$= 54a^2 - 180a + 150 + 36a - 60 - 20$$

$$= 54a^2 - 144a + 70$$

$$6\,c(4a) + 2d(3a-5) = 1536a^3 - 426a^2 - 144a + 82$$

تــــأكـد :–

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x)= 3x^2 + 6x - 10$
فاوجد قيمة كل مما يأتي:

10) $-3c(2b) + 6d(4b - 3)$

$$-3c(2b) = -3\,(4(2b)^3 - 5(2b)^2 + 2)$$

$$= -3\,(4(8b^3) - 5(4b^2) + 2)$$

$$= -3\,(32b^3 - 20b^2 + 2)$$

$$= -96b^3 + 60b^2 - 6$$



تـــأكـد :ـ

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x)= 3x^2 + 6x - 10$
فاوجد قيمة كل مما يأتي:

10) $-3c(2b) + 6d(4b - 3)$

$$6d(4b-3) = 6[\ 3(4b-3)^2 + 6(4b-3) - 10]$$

$$= 6[\ 3(16b^2 - 24b + 9) + 24b - 18 - 10]$$

$$= 6[48b^2 - 72b + 27 + 24b - 18 - 10]$$

$$= 6[48b^2 - 48b \ -1\ ]$$

$$= 288b^2 - 288b - 6$$

$$-3c(2b) + 6d(4b-3) = -96b^3 + 348b^2 - 288b - 12$$

مثال 4

تـــــأكـد :-

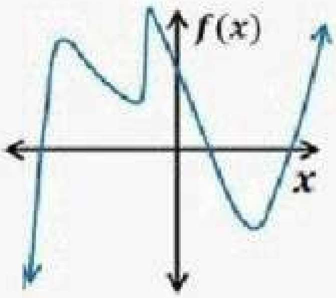
أجب عن الفروع $a - c$ لكل من التمثيليين البيانيين أدناه:

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

b) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

(11



a) $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to +\infty$ عندما $x \to +\infty$

b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة في اتجاهين مختلفين فالدالة فردية الدرجة.

c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات في ثلاث نقاط، لذا هنالك ثلاثة أصفار حقيقية.

مثال 4

تـــأكـد :-

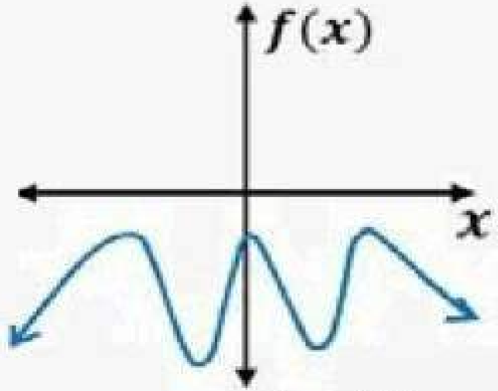
أجب عن الفروع $a - c$ لكل من التمثيليين البيانيين أدناه:

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

b) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

(12



a) $f(x) \to -\infty$ عندما $x \to -\infty$

$f(x) \to -\infty$ عندما $x \to +\infty$

b) بما أن سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة في الاتجاه نفسه فللدالة درجة زوجية.

c) لا يقطع التمثيل البياني للدالة محور السينات، لذا لا يوجد أصفار حقيقية .



تـدرب وحـل المسـائل :ـ

مثـال 1

حدد الدرجة والمعامل الرئيسي لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فأذكر السبب:

العامل الرئيسي	الدرجة	المعادلة	
		$-6x^6 - 4x^5 + 13xy$	(13
		ليست كثيرة حدود بمتغير واحد فهناك متغيران وهما: $x، y$	
		$3a^7 - 4a^4 + \frac{3}{a}$	(14
		ليست كثيرة حدود لأنها تتضمن أساً سالباً أو متغيراً في المقام .	
-12	6	$8x^5 - 12x^6 + 14x^3 - 9$	(15
-21	7	$-12 - 8x^2 + 5x - 21x^7$	(16
3	5	$13b^3 - 9b + 3b^5 - 18$	(17
-6	2	$(5 - 2y)(4 + 3y)$	(18
	$20 + 9y - 6y^2$		
2	9	$6x^5 - 5x^4 + 2x^9 - 3x^2$	(19
-2	8	$7x^4 + 3x^7 - 2x^8 + 7$	(20

تـدرب وحل المسائل :-

مثـال 2

أوجد $p(3)$, $p(-6)$ لكل دالة مما يأتي:

21) $p(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

$$p(-6) = (-6)^4 - 2(-6)^2 + 3$$

$$= 1296 - 72 + 3$$

$$= 1227$$

$$p(3) = (3)^4 - 2(3)^2 + 3$$

$$= 81 - 18 + 3$$

$$= 66$$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 2

أوجد $p(3)$, $p(-6)$ لكل دالة مما يأتي:

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 5x + 24 \quad (22$$

$$p(-6) = (-6)^4 - 4(-6)^3 + 3(-6)^2 - 5(-6) + 24$$

$$= 1296 + 864 + 108 + 30 + 24$$

$$= 2322$$

$$p(3) = (3)^4 - 4(3)^3 + 3(3)^2 - 5(3) + 24$$

$$= 81 - 108 + 27 - 15 + 24$$

$$= 9$$

تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 2

أوجد $p(3)$, $p(-6)$ لكل دالة مما يأتي:

$p(x) = -x^3 + 3x^2 - 5$ (23

$$p(-6) = -(-6)^3 + 3(-6)^2 - 5$$
$$= 216 + 108 - 5$$
$$= 319$$

$$p(3) = -(3)^3 + 3(3)^2 - 5$$
$$= -27 + 27 - 5$$
$$= -5$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 2

أوجد $p(3)$, $p(-6)$ لكل دالة مما يأتي:

$p(x) = 2x^4 + x^3 - 4x^2$ (24

$$p(-6) = 2(-6)^4 + (-6)^3 - 4(-6)^2$$

$$= 2592 - 216 - 144$$

$$= 2232$$

$$p(3) = 2(3)^4 + (3)^3 - 4(3)^2$$

$$= 162 + 27 - 36$$

$$= 153$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

25) $C(3a)$

$$C(3a) = 2(3a)^2 - 4(3a) + 3$$

$$C(3a) = 2(9a^2) - 12a + 3$$

$$C(3a) = 18a^2 - 12a + 3$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

26) $5d(2a)$

$$5d(2a)=5[-(2a)^3+(2a)+1]$$

$$5d(2a)=5[-8a^3+(2a)+1]$$

$$5d(2a)= -40a^3+10a+5$$

تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

27) $c(b^2)$

$C(b^2) = 2(b^2)^2 - 4(b^2) + 3$

$C(b^2) = 2b^4 - 4b^2 + 3$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

28) $d(4a^2)$

$$d(4a^2) = -(4a^2)^3 + (4a^2) + 1 =$$

$$d(4a^2) = -64a^6 + 4a^2 + 1$$

تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

29) $d(4y - 3)$

$$d(4y - 3) = -(4y - 3)^3 + (4y - 3) + 1$$

$$= -[\ (4y - 3)^2\ (4y - 3)\ ] + (4y - 3) + 1$$

$$= -[(16y2 - 24y + 9)(4y - 3)\ ] + (4y - 3) + 1$$

$$= -64y^3 + 144y^2 - 108y + 27 + 4y - 3 + 1$$

$$= -64y^3 + 144y^2 - 104y + 25$$



تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 3

إذا كانت $c(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $d(x) = -x^3 + x + 1$
فأوجد قيمة كل مما يأتي:

30) $C(y^2 - 1)$

$$C(y^2 - 1) = 2(y^2 - 1)^2 - 4(y^2 - 1) + 3$$

$$C(y^2 - 1) = 2(y^4 - 2y^2 + 1) - 4y^2 + 4 + 3$$

$$C(y^2 - 1) = 2y^4 - 4y^2 + 2 - 4y^2 + 4 + 3$$

$$C(y^2 - 1) = 2y^4 - 8y^2 + 9$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثــال 4

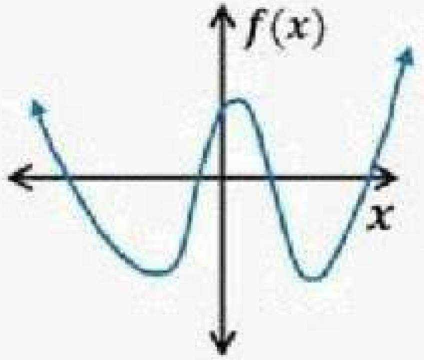
أجب عن الفروع من $a - c$ لكل التمثيلات البيانية الآتية:

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

b) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

(31



a) $f(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$

$f(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$

b) حيث أن سلوك طرفي التمثيل البياني في نفس الاتجاه فدرجة الدالة زوجية.

c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور x في أربع نقاط لذا هناك 4 أصفار حقيقية.

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

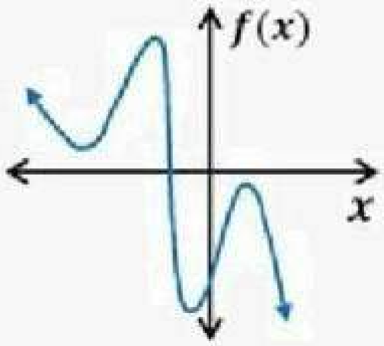
أجب عن الفروع من $a - c$ لكل التمثيلات البيانية الآتية:

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

b) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

(32



a) $f(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$

$f(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$

b) سلوك طرفي التمثيل البياني في جهتين مختلفتين فدرجة الدالة فردية.

c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور x في نقطة واحدة لذا يوجد صفر حقيقي واحد .

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 4

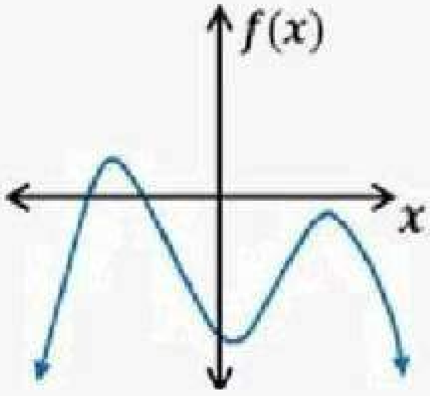
أجب عن الفروع من $a - c$ لكل التمثيلات البيانية الآتية:

a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

b) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

c) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية.

(33



a) $f(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$

$f(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$

b) حيث إن سلوك التمثيل البياني للدالة في الجهة نفسها فدرجتها زوجية.

c) يقطع التمثيل البياني للدالة محور x في نقطتين لذا يوجد صفران حقيقيان.

تدرب وحل المسائل :-

34) فيزياء: تعطي الطاقة الحركية KE بالجول لجسم متحرك كتلته mkg بالدالة $kE(v) = 0.5mv^2$ ، حيث تمثل v سرعة الجسم بالأمتار لكل ثانية. أوجد الطاقة الحركية لعربة كتلتها $171kg$ تسير بسرعة $11m/s$.

$$kE(v) = 0.5mv^2$$

$$= 0.5\,(171)(11)^2$$

$$= 10345.5 \text{ جول}$$

تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 4

أوجد $p(8)$, $p(-2)$ لكل دالة مما يأتي:

(35 $p(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - 4x^2$

$$p(8) = \frac{1}{4}(8)^4 + \frac{1}{2}(8)^3 - 4(8)^2$$

$$= 1024$$

$$p(-2) = \frac{1}{4}(-2)^4 + \frac{1}{2}(-2)^3 - 4(-2)^2$$

$$= -16$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

أوجد $p(8)$, $p(-2)$ لكل دالة مما يأتي:

36) $p(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{3}{2}x^3 + 12x - 18$

$$p(8) = \frac{1}{8}(8)^4 - \frac{3}{2}(8)^3 + 12(8) - 18$$

$$= -178$$

$$p(-2) = \frac{1}{8}(-2)^4 - \frac{3}{2}(-2)^3 + 12(-2) - 18$$

$$= -28$$

تـدرب وحل المسائل :-

مثـال 4

أوجد $p(-2), p(8)$ لكل دالة مما يأتي:

$$p(x) = \frac{3}{4}x^4 - \frac{1}{8}x^2 + 6x \quad (37$$

$$P(-2) = \frac{3}{4}(-2)^4 - \frac{1}{8}(-2)^2 + 6(-2)$$

$$P(-2) = \frac{3}{4}(16) - \frac{1}{8}(4) + 6(-2)$$

$$P(-2) = -0.5$$

$$P(8) = \frac{3}{4}(8)^4 - \frac{1}{8}(8)^2 + 6(8)$$

$$P(8) = \frac{3}{4}(4096) - \frac{1}{8}(64) + 6(8)$$

$$P(8) = 3112$$

تـدرب وحل المسائل :–

مثـال 4

أوجد $p(-2), p(8)$ لكل دالة مما يأتي:

38) $p(x) = \frac{5}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 10$

$P(-2) = \frac{5}{8}(-2)^3 - \frac{1}{2}(-2)^2 + \frac{3}{4}(-2) + 10$

$P(-2) = \frac{5}{8}(-8) - \frac{1}{2}(4) + \frac{3}{4}(-2) + 10$

$P(-2) = -5 - 2 - 1.5 + 10$

$P(-2) = 1.5$

$P(8) = \frac{5}{8}(8)^3 - \frac{1}{2}(8)^2 + \frac{3}{4}(8) + 10$

$P(8) = \frac{5}{8}(512) - \frac{1}{2}(64) + \frac{3}{4}(8) + 10$

$P(8) = 320 - 32 - 6 + 10$

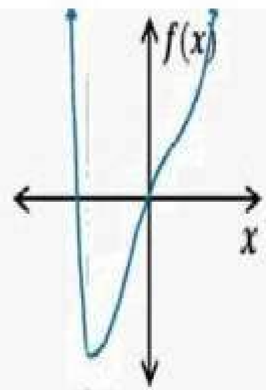
$P(8) = 304$

تـدرب وحـل المسـائل :-

حدّد التمثيل البياني المناسب لكل دالة في الأمثلة (42–39) مستعملًا درجة كثيرة الحدود وسلوك طرفي التمثيل البياني لها.

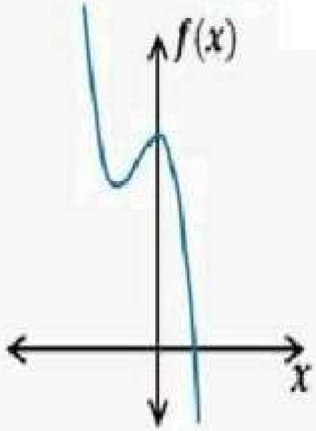
39) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x$

A



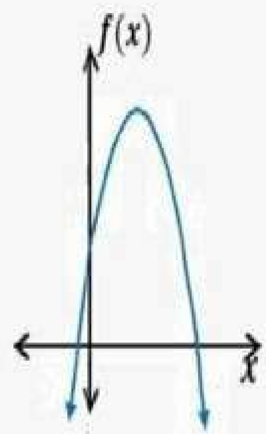
41) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6x$

C



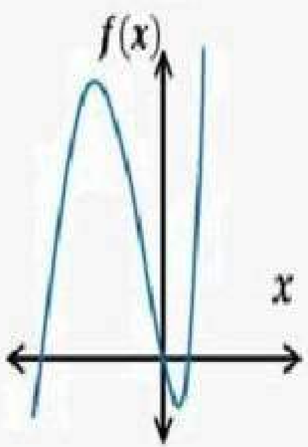
40) $f(x) = -2x^2 + 8x + 5$

B



42) $f(x) = -4x^3 - 4x^2 + 8$

D





تـدرب وحـل المسائل :-

إذا كانت $c(x)= x^3 - 2x$, $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$3c(a-4) + 3d(a+5)$ (43

$$3c(a-4) = 3[(a-4)^3 - 2(a-4)]$$

$$=3[a^3 - 8a^2 + 16a - 4a^2 + 32a - 64 - 2a + 8]$$

$$=3[a^3 - 12a^2 + 46a - 56\ ]$$

$$= 3a^3 - 36a^2 + 138a - 168$$

$$3d(a+5) = 3[\ 4(a+5)^2 - 6(a+5) + 8]$$

$$= 3[\ 4(a^2 + 10a + 25) - 6a - 30 + 8]$$

$$= 3[\ 4a^2 + 40a + 100 - 6a - 22\ ]$$

$$= 3[\ 4a^2 + 34a + 78]$$

$$= 12a^2 + 102a + 234$$

$$3c(a-4) + 3d(a+5)$$

$$=3a^3 - 36a^2 + 138a - 168 + 12a^2 + 102a + 234$$

$$=3a^3 - 24a^2 + 240a + 66$$



تـدرب وحل المسائل :-

إذا كانت $c(x)= x^3 - 2x$, $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$-2d(2a+3) - 4c(a^2+1) \quad (44$$

$$-2d(2a+3) =-2[\,4(2a+3)^2 - 6(2a+3)+8\,]$$

$$-2d(2a+3) =- 2(16a^2 +48a +36 -12a-18+8)$$

$$-2d(2a+3) =- 32a^2 -96a - 72 +24a+36-16$$

$$-4c(a^2 +1) =- 4[(a^2+1)^3 -2(a^2+1)]$$

$$-4c(a^2 +1) =- 4[(a^2+1)^3 -2(a^2+1)]$$

$$-4c(a^2 +1) =- 4a^6-12a^4-12a^2+8a^2+4$$

$$-2d(2a+3)-4c(a^2 +1) =- 4a^6-12a^4 -36a^2- 72a- 48$$

$$-4a^6 - 12a^4 - 36a^2 - 72a - 48$$



تـدرب وحـل المسائل :-

إذا كانت $c(x)= x^3 - 2x$, $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

$$5\,c(a^2) - 8\,d(6 - 3a) \quad (45$$

$$= 5\,[\,(a^2)^3 - 2\,(a^2)\,] - 8[\,4(\,6 - 3a\,)^2 - 6(\,6 - 3a) + 8]$$

$$= 5\,a^6 - 10\,a^2 - 32(36 - 36a + 9a^2\,) - 48(6 + 3a) - 64$$

$$= 5\,a^6 - 10\,a^2 - 1152 + 1152a - 288a^2 + 288 - 144a - 64$$

$$5a^6 - 298a^2 + 1008a - 928$$

تـدرب وحـل المسائل :–

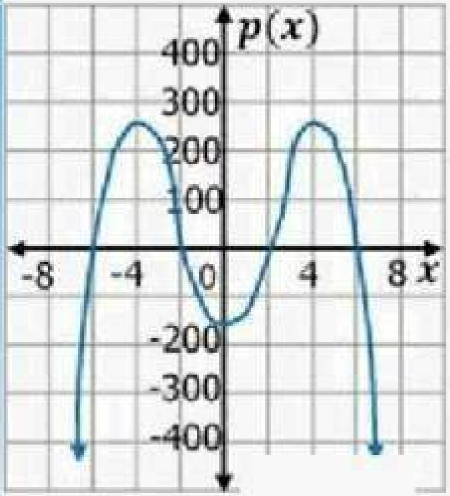
إذا كانت $c(x)= x^3 - 2x$, $d(x) = 4x^2 - 6x + 8$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

46) $-7d(a^3) + 6c\,(a^4 + 4)$

$$6a^{12} + 18a^8 - 28a^6 + 6a^4 + 42a^3 - 62$$

تـدرب وحـل المسـائل :–

47) ملابس: تُمثل أرباح مصنع للملابس بدالة كثيرة الحدود $p(x) = -x^4 + 40x^2 - 144$ ، حيث x عدد قطع الملابس المبيعة بالألوف؛ و$p(x)$ ربح المصنع بألوف الريالات.



x	$p(x)$
-7	-585
-6	0
-4	240
-3	135
-2	0
0	-144
1	-105
2	0
4	240
6	0
7	-585

***a*)** استعمل جدول قيم لتمثيل الدالة بيانياً.

***b*)** أوجد أصفار الدالة.

$-6, -2, 2, 6$

***c*)** بين أي قيمتين يجب أن يبيع المصنع من قطع الملابس ليحقق ربحاً؟

2000 , 6000

***d*)** وضح لماذا أخذ صفران فقط بعين الاعتبار في الفرع *c* .

تحذف الإجابة السالبة؛ لأن المصنع لا ينتج عددا سالباً من القطع .

تـدرب وحـل المسائل :ـ

48) تمثيلات متعددة: أفرض أن
$.g(x) = (x - 2)(x + 1)(x - 3)(x + 4)$

a) تحليلياً: حدد المقطع x والمقطع y والجذور, ودرجة الدالة $g(x)$ وصف سلوك طرفي تمثيلها البياني.

* التقاطع مع المحور x عند 3 , 2 , 1 , 4−
* والتقاطع مع المحور y عند 24.
* الجذور 3 , 2 , 1 , 4−
* درجتها 4.
* سلوك طرفي تمثيلها البياني
$f(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$
$f(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$



تـدرب وحـل المسائل :-

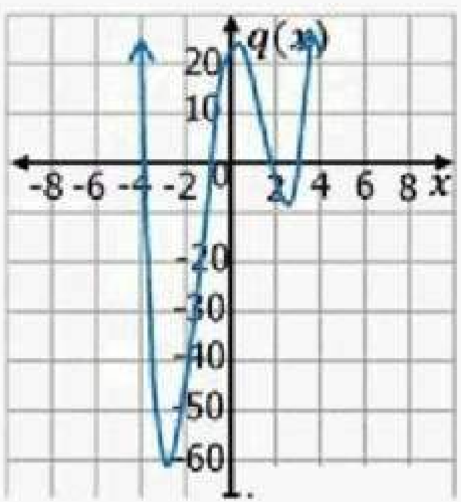
48) تمثيلات متعددة: أفرض أن
$g(x) = (x - 2)(x + 1)(x - 3)(x + 4)$.

b) **جبرياً**: اكتب الدالة بالصيغة القياسية.

$$g(x) = x^4 - 15x^2 + 10x + 24$$

c) **جدولياً**: أنشئ جدولاً لقيم الدالة.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	-60	-40	0	24	20	0	0



d) **بيانياً**: مثل الدالة بيانياً بتعين نقاط، والتوصيل بينها بمنحنى أملس.

تدرب وحل المسائل :–

صف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة فيما يأتي:

$$f(x) = -5x^4 + 3x^2 \quad (49$$

$f(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$

$f(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$

تدرب وحل المسائل :-

صف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة فيما يأتي:

$g(x) = 2x^5 + 6x^4$ (50

$x \longrightarrow -\infty$ عندما $g(x) \longrightarrow -\infty$

$x \longrightarrow +\infty$ عندما $g(x) \longrightarrow +\infty$

الفهرس

تـدرب وحـل المسائل :-

صف سلوك طرفي التمثيل البياني لكل دالة فيما يأتي:

$$h(x) = -4x^7 + 8x^6 - 4x \quad (51$$

$h(x) \longrightarrow +\infty$ عندما $x \longrightarrow -\infty$

$h(x) \longrightarrow -\infty$ عندما $x \longrightarrow +\infty$

الفهرس



الفصل الثالث

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

فيما سبق:

درستُ حل معادلات تربيعية بالتحليل إلى العوامل.

(الدرس 2 - 3)

والآن:

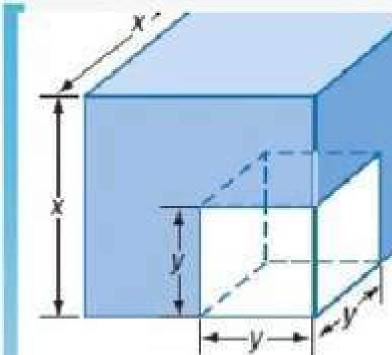
- أحلّل كثيرات الحدود.
- أحلّ معادلات كثيرات الحدود بالتحليل إلى العوامل.

المفردات

كثيرة حدود أولية
prime polynomial

الصورة التربيعية
quadratic form

لماذا؟



قُطع مكعب صغير من آخر كبير كما في الشكل المجاور، وأُعطي حجم الجزء المتبقي والعلاقة بين بعدي المكعبين، والمطلوب إيجاد أبعاد المكعبين الصغير والكبير. لاحظ أنه يمكن إيجادها بتحليل كثيرة الحدود التكعيبية $x^3 - y^3$ كما في مثال 4.

تحليل كثيرات الحدود: تعلمت سابقًا أنه يمكنك تحليل كثيرات الحدود التربيعية تمامًا كما تحلل الأعداد الكلية، ولكن عواملها ستكون كثيرات حدود أخرى، وكما هو الحال في كثيرات الحدود التربيعية يمكنك تحليل بعض كثيرات الحدود التكعيبية بقوانين خاصة.

مفهوم أساسي — مجموع مكعبين والفرق بينهما

أضف إلى مطويتك

طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

تُسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها إلى كثيرتي حدود درجة كل منهما أقل من درجة كثيرة الحدود المُعطاة **كثيرة حدود أولية**.

الفصل الثالث

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

مثال 1 مجموع مكعبين والفرق بينهما

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

a) $16x^4 + 54xy^3$

$16x^4 + 54xy^3 = 2x(8x^3 + 27y^3)$ — أخرج العامل المشترك الأكبر

كل من $8x^3$ و $27y^3$ مكعب كامل، لذا تستطيع استعمال طريقة مجموع مكعبين.

$8x^3 + 27y^3 = (2x)^3 + (3y)^3$ — $8x^3 = (2x)^3; 27y^3 = (3y)^3$

$= (2x + 3y)[(2x)^2 - (2x)(3y) + (3y)^2]$ — مجموع مكعبين

$= (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ — بسّط

$16x^4 + 54xy^3 = 2x(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$ — اكتب العامل المشترك الأكبر

الفصل الثالث

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

مثال1 مجموع مكعبين والفرق بينهما

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية :

b) $8y^3 + 5x^2$

الحد الأول مكعب كامل، لكن الحد الثاني ليس كذلك، لذا لا يمكن تحليل كثيرة الحدود باستعمال طريقة مجموع مكعبين، ولا يمكن تحليلها كذلك بطرائق تحليل كثيرات الحدود التربيعية، أو بإخراج العامل المشترك الأكبر؛ لذا فهي كثيرة حدود أولية.

الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

(1A

تحقق من فهمك :-

حلل كثيرة الحدود التالية: $5y^4 - 320yz^3$

$$5y^4 - 320yz^3 = 5y(y^3 - 64z^3)$$
$$= 5y[\,(y)^3 - (4z)^3\,]$$
$$= 5y(y - 4z)(\,y^2 + 4yz + 16z^2)$$

(1B

حلل كثيرة الحدود التالية: $-54w^4 - 250wz^3$

$$-54w^4 - 250wz^3$$
$$= -2w\,(27w^3 + 125z^3)$$
$$= -2w\,[(3w)^3 + (5z)^3\,]$$
$$= -2w(3w + 5z)(\,9w^2 - 15wz + 25z^2)$$

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

يلخص الجدول الآتي معظم الطرائق المستعملة لتحليل كثيرات الحدود، وعندما تريد تحليل كثيرة حدود ابحث أولًا عن العامل المشترك الأكبر، ثم حدد ما إذا كانت كثيرة الحدود الناتجة بعد إخراج العامل المشترك الأكبر قابلة للتحليل أم لا مستعملًا واحدة أو أكثر من الطرائق المذكورة في الجدول أدناه:

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

طرائق التحليل

عدد الحدود	طريقة التحليل	نموذج
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدان	الفرق بين مربعين مجموع مكعبين الفرق بين مكعبين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$



الفصل الثالث

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

مثال 2 التحليل بتجميع الحدود

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين تحليلًا تامًّا، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا، فاكتب كثيرة حدود أولية:

a) $8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$

$8ax + 4bx + 4cx + 6ay + 3by + 3cy$	العبارة الأصلية
$= (8ax + 4bx + 4cx) + (6ay + 3by + 3cy)$	جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر
$= 4x(2a + b + c) + 3y(2a + b + c)$	أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع
$= (4x + 3y)(2a + b + c)$	خاصية التوزيع

b) $20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$

$20fy - 16fz + 15gy + 8hz - 10hy - 12gz$	العبارة الأصلية
$= (20fy + 15gy - 10hy) + (-16fz - 12gz + 8hz)$	جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر
$= 5y(4f + 3g - 2h) - 4z(4f + 3g - 2h)$	أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع
$= (5y - 4z)(4f + 3g - 2h)$	خاصية التوزيع

إرشادات للدراسة

التحقق من الإجابة: للتحقق من صحة إجابتك، اضرب العوامل لتتحقق من صحة تحليل كثيرة الحدود.



الفصل الثالــث
٣-٦ حــل معادلات كثيرات الحــدود

(2

تحقق من فهمك :-

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

$30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$ (2a

$$30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy^2$$

$$=(30ax - 24bx + 6cx) - (5ay^2 - 4by^2 + cy^2)$$

$$=6x(5a - 4b + c) - y^2(5a - 4b + c)$$

$$= (6x - y^2)(5a - 4b + c)$$

$13ax + 18bz - 15by - 14az$ (2B كثيرة حدود أولية.



٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود
Solving Polynomial Equations

مثال 3 التحليل باستعمال الفرق بين مربعين، ومجموع مكعبين، والفرق بين مكعبين

حلّل كلًّا من كثيرتي الحدود الآتيتين، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب كثيرة حدود أولية:

a) $x^6 - y^6$

يمكن اعتبار كثيرة الحدود هذه فرقًا بين مربعين أو فرقًا بين مكعبين، وفي مثل هذه الحالة يجب أن يتم التحليل أولًا على اعتبار أنها فرق بين مربعين قبل التحليل على اعتبار أنها فرق بين مكعبين؛ تسهيلًا للتحليل.

$x^6 - y^6 = (x^3 + y^3)(x^3 - y^3)$ الفرق بين مربعين

$= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)$ مجموع مكعبين والفرق بين مكعبين

b) $a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

بما أن كثيرة الحدود هذه من 6 حدود، إذن حلل أولًا بتجميع الحدود.

$a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3 - b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3$

$= (a^3x^2 - 6a^3x + 9a^3) + (-b^3x^2 + 6b^3x - 9b^3)$ جمّع لإخراج العامل المشترك الأكبر

$= a^3(x^2 - 6x + 9) - b^3(x^2 - 6x + 9)$ أخرج العامل المشترك الأكبر لكل تجميع

$= (a^3 - b^3)(x^2 - 6x + 9)$ خاصية التوزيع

$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x^2 - 6x + 9)$ الفرق بين مكعبين

$= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(x - 3)^2$ ثلاثية حدود المربع الكامل

إرشادات للدراسة

التحليل باستعمال الفرق بين مكعبين: في مثال $3a$، إذا بدأت بالتحليل على اعتبار أن كثيرة الحدود المعطاة فرق بين مكعبين؛ فإنك تحصل على التحليل التالي:
$(x^2-y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$
وهو تحليل غير تام ويصعب إتمامه.



الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

(2

تحقق من فهمك :-

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

(3A حلل كثيرة الحدود التالية: $a^6 + b^6$

$$a^6 + b^6 = (a^2)^3 + (b^2)^3$$

$$= (a^2 + b^2)(a^4 - a^4b^2 + b^4)$$



الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

(2

تحقق من فهمك :-

حلل كلاً من كثيرتي الحدود الآتيتين ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

(3B

$$x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$$

$$x^5 + 4x^4 + 4x^3 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$$

$$=x^3(x^2 + 4x + 4) + y^3 (x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x^3 + y^3)(x^2 + 4x + 4)$$

$$= (x + y)(x^2 - xy + y^2) (x + 2)^2$$



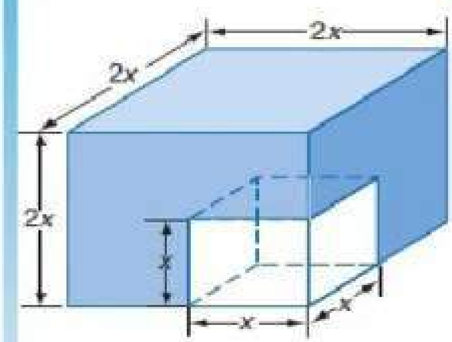
الفصل الثالث

٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

Solving Polynomial Equations

حل معادلات كثيرات الحدود: يمكنك تطبيق طرائق حل المعادلات التربيعية في حل معادلات كثيرات الحدود ذات الدرجات الأعلى من الدرجة الثانية.

مثال 4 من واقع الحياة **حل معادلات كثيرات الحدود بالتحليل**



هندسة: ارجع إلى فقرة لماذا في بداية هذا الدرس. إذا كان طول حرف المكعب الصغير يساوي نصف طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $7000cm^3$، فما بُعدا المكعبين؟

بما أن طول حرف المكعب الصغير يساوي نصف طول ضلع المكعب الكبير فيمكن أن يعبَّر عن طول ضلع المكعب الصغير بـ x، وطول ضلع المكعب الكبير بـ $2x$.

لاحظ أن حجم الجزء المتبقي يساوي حجم المكعب الكبير مطروحًا منه حجم المكعب الصغير.

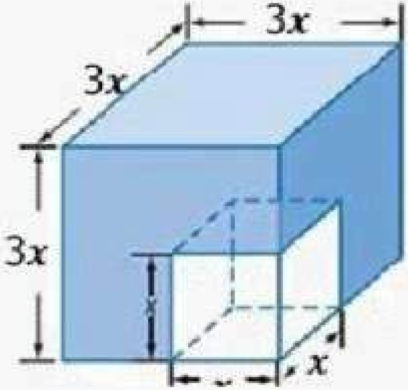
$(2x)^3 - x^3 = 7000$	حجم الجزء المتبقي
$8x^3 - x^3 = 7000$	$8x^3 = (2x)^3$
$7x^3 = 7000$	بالطرح
$x^3 = 1000$	اقسم
$x^3 - 1000 = 0$	اطرح 1000 من كلا الطرفين
$(x - 10)(x^2 + 10x + 100) = 0$	فرق بين مكعبين
$x - 10 = 0$ أو $x^2 + 10x + 100 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = 10$ $x = -5 \pm 5i\sqrt{3}$	

وبما أن العدد 10 هو الحل الحقيقي الوحيد. فإن طولي ضلعي المكعبين هما 10cm, 20cm.

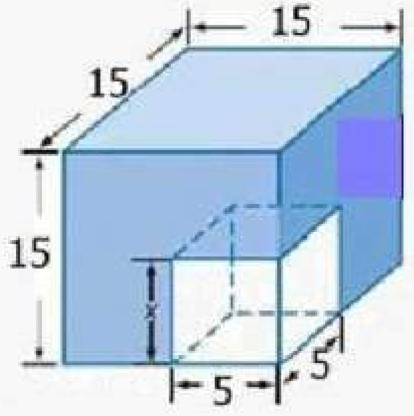
الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

4)



إذا كان طول ضلع المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير، وحجم الجزء المتبقي $3250cm^3$ ، فأوجد بُعدى المكعبين؟



$$(3x)^3 - x^3 = 3250$$

$$27x^3 - x^3 = 3250$$

$$26x^3 = 3250$$

$$x^3 = 125$$

$$x = 5$$



الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

تستطيع أحيانًا أن تكتب كثيرة حدود فيها المتغير x على الصورة $au^2 + bu + c$ ، فمثلًا بفرض أن $u = x^2$،
يمكنك كتابة كثيرة الحدود $x^4 + 12x^2 + 32$ على الصورة $(x^2)^2 + 12(x^2) + 32$ أو $u^2 + 12u + 32$.
وكثيرة الحدود الجديدة هذه تكافئ كثيرة الحدود الأصلية، ولكنها مكتوبة على **الصورة التربيعية**.

مفهوم أساسي — الصورة التربيعية

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: au^2+bu+c ، $a\neq0$ ، a,b,c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود في المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x.

مثال: $12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$

إرشادات للدراسة

الصورة التربيعية

لكتابة كثيرة حدود على الصورة التربيعية، اختر العبارة المكافئة لـ u بالنظر إلى الحدود التي تحوي متغيرات، واهتم خصوصًا بأسس المتغير الأصلي في تلك الحدود. فهناك كثيرات حدود لايمكن كتابتها على الصورة التربيعية.



الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

5A) $x^4 + 5x + 6$

لا يمكن كتابتها على الصورة التربيعية.

5B) $8x^4 + 12x^2 + 18$

$$8x^4 + 12x^2 + 18 = 2(2x^2)^2 + 6(2x^2) + 18$$
$$= 2u^2 + 6u + 18$$

الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

مثال 6 حل معادلات كثيرات الحدود باستعمال الصورة التربيعية

حل المعادلة: $18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$.

$18x^4 - 21x^2 + 3 = 0$	المعادلة الأصلية
$2(3x^2)^2 - 7(3x^2) + 3 = 0$	$18x^4 = 2(3x^2)^2$
$2u^2 - 7u + 3 = 0$	افرض أن $u = 3x^2$
$(2u - 1)(u - 3) = 0$	حلّل إلى العوامل
$u = \frac{1}{2}$ أو $u = 3$	خاصية الضرب الصفري
$3x^2 = \frac{1}{2}$ $3x^2 = 3$	عوّض $3x^2$ بدلًا من u
$x^2 = \frac{1}{6}$ $x^2 = 1$	اقسم على 3
$x = \pm\frac{\sqrt{6}}{6}$ $x = \pm 1$	أوجد الجذر التربيعي

حلول المعادلة هي: $1, -1, \frac{\sqrt{6}}{6}, -\frac{\sqrt{6}}{6}$.

الفصل الثالث
٣-٦ حل معادلات كثيرات الحدود

تحقق من فهمك :-

6A) حل المعادلة: $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

$$(2x^2)^2 - 4(2x^2) + 3 = 0$$

$$u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$(u-1)(u-3) = 0$$

$u - 3 = 0$ أو $u - 1 = 0$

$u = 3$ ، $u = 1$

$2x^2 = 3$ ، $2x^2 = 1$

$x = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$ ، $x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

حلول المعادلة هي: $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ، $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$

تحقق من فهمك :-

6B) حل المعادلة: $8x^4 + 10x^2 - 12 = 0$

$$2(2x^2)^2 + 5(2x^2) - 12 = 0$$

$$2u^2 + 5u - 12 = 0$$

$$(2u - 3)(u + 4) = 0$$

$2u - 3 = 0$ أو $u + 4 = 0$

$u = \frac{3}{2}$ ، $u = -4$ $\qquad x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $x = \pm i\sqrt{2}$

$2x^2 = \frac{3}{2}$ ، $2x^2 = -4$

حلول المعادلة هي: $-i\sqrt{2}$ ، $i\sqrt{2}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



تـــأكـد :-

مثال 1-3

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

1 $3ax + 2ay - az + 3bx$

كثيرة حدود أولية

2 $16g^3 + 2h^3$

$$2(2g + h)(4g^2 - 2gh + h^2)$$

3 $12qw^3 - 12q^4$

$$12qw^3 - 12q^4 = 12q(w^3 - q^3)$$

$$= 12q(w - q)(w^2 + wq + q^2)$$

تـــأكـد :-

مثال 1-3

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

4 $a^6 x^2 - b^6 x^2$

$$\begin{aligned}
& a^6 x^2 - b^6 x^2 \\
&= x^2 (a^6 - b^6) \\
&= x^2 [(a^2)^3 - (b^2)^3] \\
&= x^2 [(a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4)] \\
&= x^2 (a + b)(a - b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)
\end{aligned}$$

تـــأكـد :-

مثال 1-3

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

5 $x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3$

$$\begin{aligned}
& x^3y^2 - 8x^3y + 16x^3 + y^5 - 8y^4 + 16y^3 \\
&= x^3(y^2 - 8y + 16) + y^3(y^2 - 8y + 16) \\
&= (x^3 + y^3)(y^2 - 8y + 16) \\
&= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(y^2 - 8y + 16) \\
&= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(y - 4)^2
\end{aligned}$$

تــــأكــد :-

مثال 1-3

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فاكتب كثيرة حدود أولية:

6 $8c^3 - 125d^3$

$$8c^3 - 125d^3 = 2^3c^3 - 5^3d^3$$

$$= (2c)^3 - (5d)^3$$

$$= (2c - 5d)(4c^2 + 10cd + 25d^2)$$

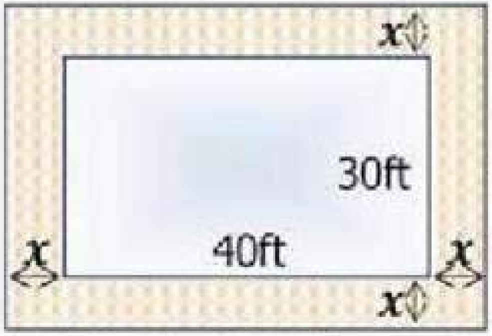
مثال 4

تـــأكـد :-

7

إنشاءات: صنع أنس ممراً خشبياً عرضه xft حول بركة مستطيلة الشكل. فإذا كان طول البركة $40ft$ وعرضها $30ft$، ومساحتها مع الممر $2000ft^2$ ، فما عرض الممر الخشبي؟

$$(2x + 40)(2x + 30) = 2000$$



$$4x^2 + 60x + 80x + 1200 - 2000 = 0$$

$$4x^2 + 140x + 800 = 0$$

$$x = 5ft$$

تــــأكـد :-

مثـال 5

اكتب كلاً من العبارتين الآتيتين على الصورة التربيعية إذا كان ذلك ممكناً:

8 $4x^6 - 2x^3 + 8$

$$4x^6 - 2x^3 + 8 = (2x^3)^2 - (2x^3) + 8$$

9 $25y^6 - 5y^2 + 20$

لا يمكن كتابته على الصورة التربيعية لأن $y^6 \neq (y^2)^2$

تــــأكـــد :-

مثـــال 6

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

10 $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$
$$(x^2)^2 - 6x^2 + 8 = 0$$
$$u^2 - 6u + 8 = 0$$
$$(u-4)(u-2) = 0$$

$u = 4$ أو $u = 2$

$x^2 = 4$ أو $x^2 = 2$

$x = \pm 2$, $x = \pm\sqrt{2}$

حلول المعادلة هي : $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, 2 , -2



تـــأكـد :-

مثـال 6

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

11

$$y^4 - 18y^2 + 72 = 0$$

$$y^4 - 18y^2 + 72 = 0$$

$$(y^2)^2 - 18y^2 + 72 = 0$$

$$u^2 - 18u + 72 = 0$$

$$(u - 12)(u - 6) = 0$$

$u = 6$ أو $u = 12$

$x^2 = 6$ أو $= 12$

$x = \pm\sqrt{6}$, $x = \pm 2\sqrt{3}$

حلول المعادلة هي : $2\sqrt{3}$ ، $-2\sqrt{3}$ ، $\sqrt{6}$ ، $-\sqrt{6}$



تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

12 $8c^3 - 27d^3$

$$(2c - 3d)(4c^2 + 6cd + qd2)$$

13 $64x^4 + xy^3$

$$64x^4 + xy^3 = x(64x^3 + y^3)$$

$$= x(4x + y)(16x^2 - 4xy + y^2)$$



تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

14 $a^8 - a^2b^6$

$$a^8 - a^2b^6 = a^2(a^6 - b^6)$$

$$= a^2[\,(a^2)^3 - (b^2)^3\,]$$

$$= a^2\,[\,(a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4)\,]$$

$$= a^2(a + b)(a - b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

15 $x^6y^3 + y^9$

$$x^6y^3 + y^9 = y^3(x^6 + y^6)$$

$$= y^3 [(x^2)^3 + (y^2)^3]$$

$$= y^3(x^2 + y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

تـدرب وحـل المسـائل :-

مثـال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

16

$$gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2$$

$$gx^2 - 3hx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 6fx^2 + 3hy^2$$

$$= gx^2 - 3hx^2 + 6fx^2 - 6fy^2 - gy^2 + 3hy^2$$

$$= (gx^2 - 3hx^2 + 6fx^2) - (6fy^2 + gy^2 - 3hy^2)$$

$$= x^2(g - 3h + 6f) - y^2(6f + g - 3h)$$

$$= (x^2 - y^2)(6f + g - 3h)$$

$$= (x + y)(x - y)(6f + g - 3h)$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 3-1

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

17 $18x^6 + 5y^6$

كثيرة حدود أولية



تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

18

$$8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^3y^3 + 200x^3 - 10xy^3$$

$$8x^5 - 25y^3 + 80x^4 - x^2y^3 + 200x^3 - 10xy^3$$

$$=8x^3(x^2 + 10x + 25) - y^3(x^2 + 10x + 25)$$

$$= (8x^3 - y^3)(x^2 + 10x + 25)$$

$$= (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(x + 5)^2$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 1-3

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثيرة حدود أولية:

19 $12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2$

$= 12ax^2 - 20cy^2 - 18bx^2 - 10ay^2 + 15by^2 + 24cx^2$

$= 6x^2(2a - 3b + 4c) - 5y^2(2a - 3b + 4c)$

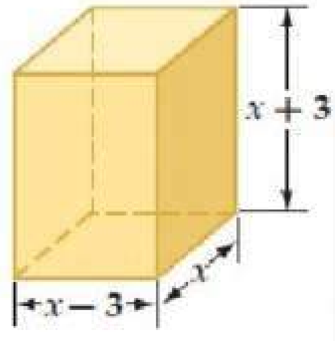
$= (6x^2 - 5y^2)(2a - 3b + 4c)$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 4

20

هندسة: إذا كان حجم المجسم المجاور يساوي $55x\,cm^3$ حيث $0 < x$، فأوجد كلًّا من قيمة x، وطول قاعدته وعرضها، وارتفاعه.



حجم المجسم = الطول x العرض x الإرتفاع (متوازي مستطيلات)

$$x(x-3)(x+3) = 55x$$

$$(x-3)(x+3) = 55$$

$$x^2 - 9 = 55$$

$$x^2 = 55+9$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm 8$$

$x = -8$ مرفوض

$$x = 8$$

الطول = $8cm$ | العرض = $5cm$ | الارتفاع = $11cm$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 5

اكتب كل عبارة مما يأتي على الصورة التربيعية إذا كان ذلك ممكنا:

21	$x^4 + 12x^2 - 8$	$(x^2)^2 + 12(x^2) - 8$
22	$-15x^4 + 18x^2 - 4$	$-15(x^2)^2 + 18(x^2) - 4$
24	$5x^6 - 2x^2 + 8$	غير ممكن
25	$9x^8 - 21x^4 + 12$	$(3x^4)^2 - 7(3x^4) + 12$
26	$16x^{10} + 2x^5 + 6$	$4(2x^5)^2 + 1(3x^5) + 6$
23	$8x^6 + 6x^3 + 7$	$2(2x^3)^2 + 3(2x^3) + 7$



تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 6

حل كل معادلة مما يأتي :

27	$x^4 + 6x^2 + 5 = 0$	$\pm i\sqrt{5}\ ,\ \pm i$
28	$x^4 - 3x^2 - 10 = 0$	$\pm\sqrt{5}\ ,\ \pm i\sqrt{2}$
29	$4x^4 - 14x^2 + 12 = 0$	$\pm\sqrt{2}\ ,\ \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$
30	$9x^4 - 27x^2 + 20 = 0$	$\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}\ ,\ \pm \frac{\sqrt{15}}{3}$
31	$4x^4 - 5x^2 - 6 = 0$	$\pm\sqrt{2}\ ,\ \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$
32	$24x^4 + 14x^2 - 3 = 0$	$\pm \frac{\sqrt{6}}{6}\ ,\ \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

33 $x^4 - 625$

$$x^4 - 625 = (x^2)^2 - (25)^2$$

$$= (x^2 + 25)\,(x^2 - 25)$$

$$= (x^2 + 25)(x + 5)(x - 5)$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

34 $x^6 - 64$

$$x^6 - 64 = (x^3)^2 - (8)^2$$

$$=(x^3 - 8)(x^3 + 8)$$

$$=(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مـثـال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

35 $x^5 - 16x$

$$x^5 - 16x = x(x^4 - 16)$$

$$= x(x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$= x(x + 2)(x - 2)(x^2 + 4)$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

36 $8x^5y^2 - 27x^2y^5$

$$8x^5y^2 - 27x^2y^5 = x^2y^2(8x^3 - 27y^3)$$

$$= x^2y^2(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

37

$$15ax - 10bx + 5cx + 12ay + 8by + 4cy + 15az + 10bz + 5cz$$

$$= \quad 3a\,(5x + 4y + 5z)$$
$$- 2b\,(5x + 4y + 5z)$$
$$+ 5z\,(5x + 4y + 5z)$$

$$= (3a - 2b + c)(5x + 4y + 5z)$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

$$6a^2x^2 - 24b^2x^2 + 18c^2x^2 - 5a^2y^3 + 20b^2y^3 - 15c^2y^3 + 2a^2z^2 - 8b^2z^2 + 6c^2z^2$$

$$= 6x^2(a^2 - 4b^2 + 3c^2)$$

$$- 5y^3(a^2 - 4b^2 + 3c^2)$$

$$+ 2z^2(a^2 - 4b^2 + 3c^2)$$

$$= (6x^2 - 5y^3 + 2z^2)(a^2 - 4b^2 + 3c^2)$$



تدرب وحل المسائل :-

مثال 6

حلل كل كثيرة حدود مما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكنا فاكتب كثرة حدود أولية:

40

$$20x^6 - 7x^5 - 6x^4 - 500x^4 + 175x^3 + 150x^2$$

$$= x^4(20x^2 - 7x - 6) - 25x^2(20x^2 - 7x - 6)$$

$$= (x^4 - 25x^2)\,(20x^2 - 7x - 6)$$

$$= x^2(x^2 - 25)\,(20x^2 - 7x - 6)$$

$$= x^2(x + 5)(x - 5)(4x - 3)(5x + 2)$$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 4

حل كل معادلة مما يأتي:

41 $x^4 + x^2 - 90 = 0$

$$x^4 + x^2 - 90 = 0$$
$$(x^2)^2 + x^2 - 90 = 0$$
$$u^2 + u - 90 = 0$$
$$(u + 10)(u - 9) = 0$$

$u = 9$ أو $u = -10$

$x^2 = 9$ أو $x^2 = -10$

$x = \pm 3$ ، $x = \pm i\sqrt{10}$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثال 4

حل كل معادلة مما يأتي:

42

$$x^4 - 16x^2 - 720 = 0$$

$(x^2)^2 - 16\ x^2 - 720 = 0$

$(u)^2 - 16\ u - 720 = 0$

$a = 1$, $b = -16$ $c = -720$

$$u = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 4 \cdot 1 \cdot -720}}{2 * 1}$$

$$u = \frac{16 \pm 56}{2}$$

$u = 36$ $\quad$ $u = -20$

$x^2 = 36$ $\quad$ $x^2 = -20$

$x = \pm 6$ $\quad$ $x = \pm 2i\sqrt{5}$

$6\ ,\ -6\ ,\ \pm 2i\sqrt{5}$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

حل كل معادلة مما يأتي:

43 $x^4 - 7x^2 - 44 = 0$

$(x^2)^2 - 7x^2 - 44 = 0$

$(u)^2 - 7u - 44 = 0$

$a = 1$, $b = -7$ $c = -44$

$$u = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot -44}}{2 * 1}$$

$$u = \frac{7 \pm 15}{2}$$

$u = 11$

$x^2 = 11$

$x = \pm\sqrt{11}$

$u = -4$

$x^2 = -4$

$x = \pm 2i$

$\pm\sqrt{11}$, $\pm 2i$

تـدرب وحـل المسائل :-

مثـال 4 حل كل معادلة مما يأتي:

44 $x^4 + 6x^2 - 91 = 0$

$(x^2)^2 + 6x^2 - 91=0$

$(u)^2 + 6u - 91=0$

$a=1$, $b= 6$ $c = -91$

$$u= \frac{-6 \pm\sqrt{36-4\cdot 1\cdot - 91}}{2*1}$$

$$u= \frac{-6 \pm 20}{2}$$

$u= 7$ $u= -13$

$x^2= 7$ $x^2= -13$

$x= \pm\sqrt{7}$ $x= \pm i\sqrt{13}$

$\pm\sqrt{7} , \pm i\sqrt{13}$

تـدرب وحـل المسائل :–

مثـال 4

حل كل معادلة مما يأتي:

45 $x^3 + 216 = 0$

$$x^3 + 216 = 0$$

$$x^3 + 6^3 = 0$$

$$(x + 6)(x^2 - 6x + 36) = 0$$

$$-6 \quad , \quad 3 \pm 3i\sqrt{3}$$

تدرب وحل المسائل :-

مثال 4

حل كل معادلة مما يأتي:

46 $64x^3 + 1 = 0$

$$64x^3 + 1 = 0$$

$$4^3x^3 + 1^3 = 0$$

$$(4x + 1)(16x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$-\frac{1}{4} \quad , \quad \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{8}$$

تـدرب وحـل المسائل :-

57

هندسة: منشور متوازي المستطيلات أبعاده $x-6$, $x-4$, $x-2$, وحجمه $40x$ وحدة مكعبة.

a) أكتب معادلة كثيرة حدود تمثل حجم المنشور.

$$(x-6)(x-4)(x-2) = 40x$$

$$(x^2 - 10x + 24)(x-2) = 40x$$

$$x^3 - 12x^2 + 44x - 48 = 40x$$

تـدرب وحـل المسائل :-

57

هندسة: منشور متوازي المستطيلات أبعاده $x-6$, $x-4$, $x-2$, وحجمه $40x$ وحدة مكعبة.

b) حل المعادلة باستعمال التحليل إلى عوامل.

$$x^3 - 12x^2 + 44x - 48 = 40x$$

$$x^3 - 12x^2 + 44x - 48 - 40x = 0$$

$$x^3 - 12x^2 + 4x - 48 = 0$$

$$(x^3 - 12x^2) + (4x - 48) = 0$$

$$x^2(x - 12) + 4(x - 12) = 0$$

$$(x^2 + 4)(x - 12) = 0$$

$$12 \ , \pm 2i$$

تدرب وحل المسائل :-

57

هندسة: منشور متوازي المستطيلات أبعاده $x-6$, $x-4$, $x-2$, وحجمه $40x$ وحدة مكعبة.

c) هل هناك قيم غير معقولة للمتغير x ؟ وضح إجابتك.

$\pm 2i$ ؛ لأنهما عددان تخيليان.

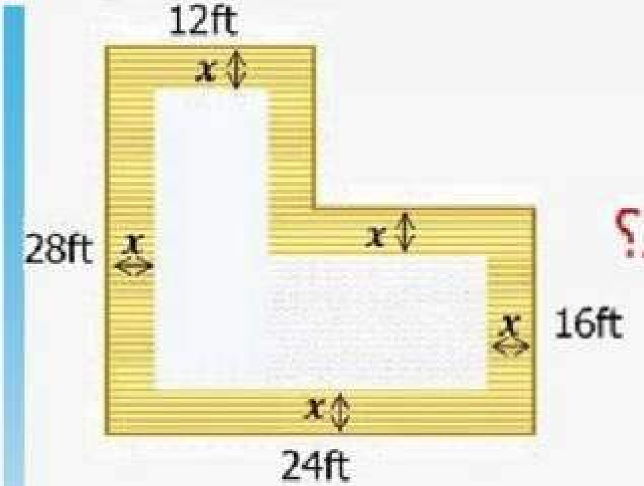
d) ما أبعاد المنشور؟

أبعاده $x-6$, $x-4$, $x-2$ عوض عن $x = 12$

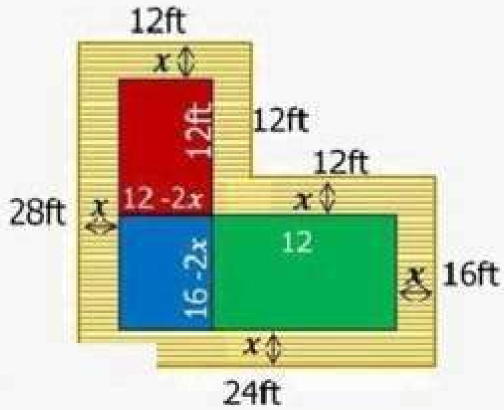
6 ، 8 ، 10

تـدرب وحـل المسائل :-

58 تصميم: يريد سليمان أن يبني بركة وفق التصميم أدناه حيث يحيط بها ممر خشبي بعرض ثابت.



a) إذا كانت مساحة البركة $336ft^2$ فقط ، فما قيمة x؟



$$=(144 - 24x) + (4x^2 - 56x + 192) + (192 - 24x)$$

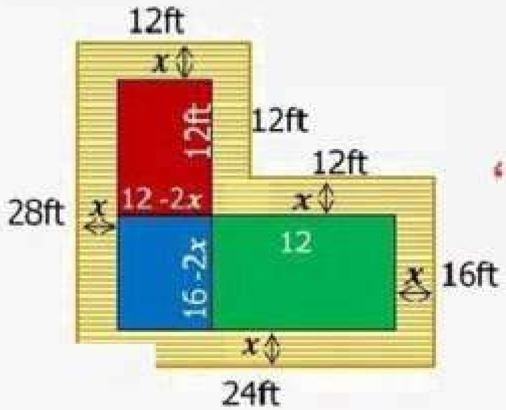
$$= 4x^2 - 104x + 528$$

$$4x^2 - 104x + 528 = 336$$

$$x = 2 \quad , \quad x = 24$$

تدرب وحل المسائل :-

58 تصميم: يريد سليمان أن يبني بركة وفق التصميم أدناه حيث يحيط بها ممر خشبي بعرض ثابت.



b) إذا أصبحت قيمة x مثليها وذلك بالتقليل مساحة البركة، فما المساحة الجديدة للبركة؟

$$A(x) = 4x^2 - 104x + 528$$

$$= 4(4)^2 - 104(4) + 528$$

$$= 176ft^2$$

c) إذا نصفت قيمة x بزيادة مساحة البركة فما مساحة البركة فقط عندئذ؟

$$A(x) = 4x^2 - 104x + 528$$

$$= 4(1)^2 - 104(1) + 528$$

$$= 428ft^2$$



تدرب وحل المسائل :-

59

أحياء: قدر مأمون عدد الفيروسات في أحدى التجارب بالدالة : $P(t) = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000$ حيث t الزمن بالساعات ، $p(t)$ عدد الفيروسات فإذا أردا مأمون أن يحدد الزمن الذي يصبح فيه عدد الفيروسات 8000 فيروس.

a) فأوجد قيمة t باستعمال التحليل إلى عوامل.

$$-0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000 = 8000$$

$$-0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t = 0$$

$$t(-0.012t^2 - 0.24t + 6.3) = 0$$

$t = 0$ أو

$$-0.012t^2 - 0.24t + 6.3 = 0$$

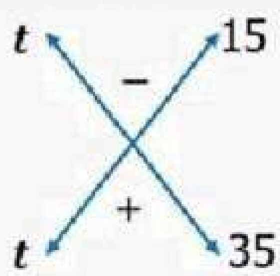
$$-1000(-0.012t^2 - 0.24t + 6.3) = 0\ (-1000)$$

$$12t^2 + 240t - 6300 = 0$$

$$t^2 + 20t - 525 = 0$$

$$(t - 15)(t + 35) = 0$$

$$t = 15 \quad , t = -35$$



تدرب وحل المسائل :-

59

أحياء: قدر مأمون عدد الفيروسات في أحدى التجارب بالدالة : $P(t) = -0.012t^3 - 0.24t^2 + 6.3t + 8000$ حيث t الزمن بالساعات ،$p(t)$ عدد الفيروسات فإذا أردا مأمون أن يحدد الزمن الذي يصبح فيه عدد الفيروسات 8000 فيروس.

b) كيف أجريت عملية التحليل إلى عوامل؟

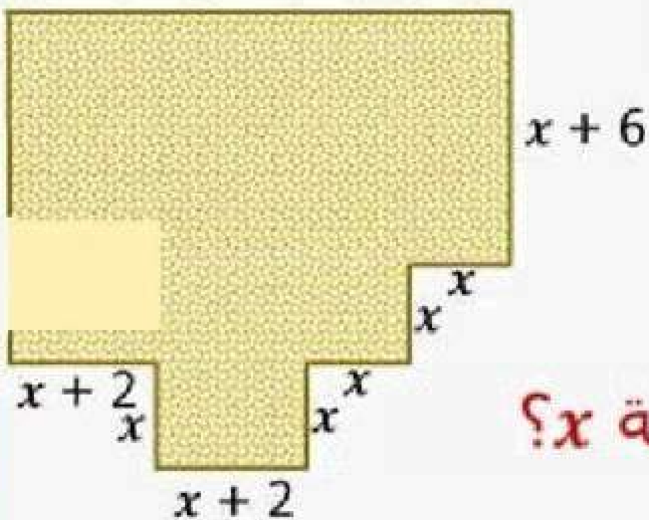
أطرح 8000 من كل طرف و أخرج العامل المشترك t ، ثم اضرب كل طرف بالعدد 1000 - ،للتخلص من الكسور العشرية، ثم أحلل المقدار الثلاثي.

c) ما قيم t المقبولة؟ وما القيم الغير مقبولة ؟وضح إجابتك.

0 , 15 قيم مقبولة للمتغير t لكن 35− غير مقبولة؛ لأن الوقت لا يكون سالباً.

تـدرب وحـل المسائل :-

60 تصميم المباني: يمثل الشكل أدناه مخطط شقة سكنية.



a) أكتب دالة بدلالة المتغير x تمثل مساحة الشقة.

$$\mathcal{F}(x)= (x+6)(4x+4)+x(3x+4)+x(x+2)$$

$$\mathcal{F}(x)= 4x^2+28x+24+3x^2+4x+x^2+2x$$

$$f(x) = 8x^2 + 34x + 24$$

b) إذا كانت مساحة الشقة $1366ft$ فما قيمة x؟

$$8x^2+34x+24=1366$$

$$8x^2+34x - 1342=0$$

$$4x^2+17x - 671=0$$

$$x=\frac{-17 \pm \sqrt{289-4\cdot 4\cdot -671}}{2\cdot 4}$$

$$x= \frac{-17 \pm 105}{8}$$

$x=11ft$ | $x=-15.25$ مرفوض

$11ft$

تـدرب وحـل المسائل :–

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فأكتب كثيرة حدود أولية:

61 $x^6 - 4x^4 - 8x^4 + 32x^2 + 16x^2 - 64$

$$x^6 - 4x^4 - 8x^4 + 32x^2 + 16x^2 - 64$$

$$= x^6 - 12x^4 + 48x^2 - 64$$

$$= x^6 - 12x^2(x^2 - 4) - 64$$

$$= (x^2)^3 - 3(x^2)(4)(x^2 - 4) - (4)^3$$

$$= (x^2 - 4)^3$$

$$= (x + 2)^3 (x - 2)^3$$



تـدرب وحـل المسائل :-

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فأكتب كثيرة حدود أولية:

62

$$y^9 - y^6 - 2y^6 + 2y^3 + y^3 - 1$$

$$y^9 - y^6 - 2y^6 + 2y^3 + y^3 - 1$$

$$= y^9 - 3y^6 + 3y^3 - 1$$

$$= y^9 - 3y^3(y^3 - 1) - 1$$

$$= (y^3)^3 - 3y^3(y^3 - 1) - (1)^3$$

$$= (y^3)^3 - 3y^3(1)(y^3 - 1) - (1)^3$$

$$=(y^3 - 1)^3$$

$$=[(y - 1)(y^2 + y + 1)]^3$$

$$= (y - 1)^3(y^2 + y + 1)^3$$

تدرب وحل المسائل :-

حلل كل كثيرة حدود فيما يأتي تحليلاً تاماً، وإذا لم يكن ذلك ممكناً فأكتب كثيرة حدود أولية:

63 $x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$

$$x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6$$

$$= (x^2)^3 - 3x^2y^2(x^2 - y^2) - (y^2)^3$$

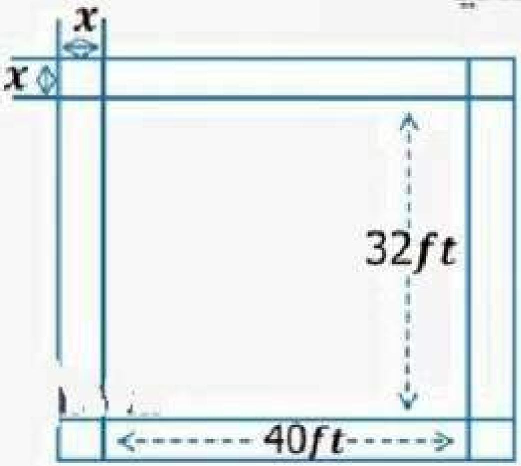
$$= (x^2 - y^2)^3$$

$$= (x + y)^3(x - y)^3$$

تدرب وحل المسائل :-

64

حدائق: حديقة مستطيلة الشكل بعداها $32ft$ و $40ft$ تم توسعتها لتصبح مساحتها 4.5 أمثال مساحتها الأصلية بزيادة كل من طولها وعرضها بالمقدار نفسه.



a) أرسم شكلاً يمثل الموقف.

b) أكتب معادلة كثيرة حدود تمثل المساحة الجديدة وحلها بالتحليل إلى عوامل.

$$(2x + 40)(2x + 32) = 40(32)(4.5)$$

$$4x^2 + 144x + 1280 = 5760$$

$$4x^2 + 144x - 4480 = 0$$

$$(x + 56)(x - 20) = 0$$

$$x = -56 \quad , \quad x = 20$$

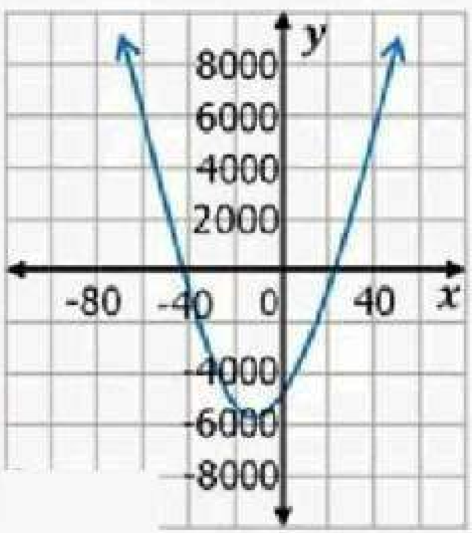
تدرب وحل المسائل :-

حدائق: حديقة مستطيلة الشكل بعداها $32ft$ و $40ft$ تم توسعتها لتصبح مساحتها 4.5 أمثال مساحتها الأصلية بزيادة كل من طولها وعرضها بالمقدار نفسه.

d) ما الحل غير المعقول ؟ وضح إجابتك .

56 –؛ لأن الطول لا يمكن أن يكون سالباً.

c) مثل الدالة بيانياً.



الفهرس